NOTAS SOBRE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN

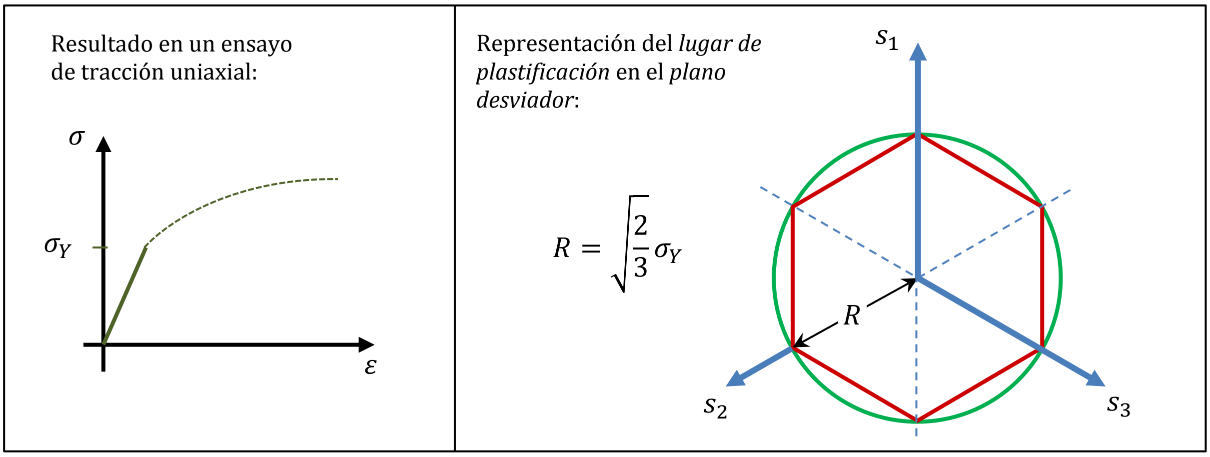
Jorge Zahr V.

He pensado en enviarles este resumen sobre *qué es lo verdaderamente importante* sobre el tema de "*descripción del endurecimiento por deformación plástica*", correspondiente a la sesión de teoría del jueves 05/10. Este resumen está articulado en cinco puntos o ideas principales, que a continuación paso a describir:

Lo **PRIMERO** que hay que tener claro es que el Criterio de von Mises y el Criterio de Tresca se representan en el "*plano desviador*" del espacio de las tensiones principales como una circunferencia y un hexágono, respectivamente (ver figura).

SEGUNDO: el "*tamaño*" de esa circunferencia y de ese hexágono es una "*propiedad del material*", y se cuantifica a partir del límite elástico σ_Y, que puede medirse, por ejemplo, mediante un ensayo de tracción uniaxial.

Es decir: $R = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_Y \quad \rightarrow$ es el "radio" de la circunferencia de von Mises, el cual coincide con el radio mayor del hexágono de Tresca.



En **TERCER** lugar, debemos tener presente que si se impone una solicitación mecánica de "carga" después de haberse satisfecho el criterio de plastificación, *se creará deformación plástica* durante dicha solicitación. En cambio, *no* se creará deformación plástica si dicha solicitación es de tipo "descarga".

Ahora bien, si durante una solicitación mecánica se produce deformación plástica, entonces, una parte del trabajo mecánico efectuado por las acciones externas es *gastado (o disipado)* en producir deslizamiento de dislocaciones (o maclado) y no puede, por tanto, ser recuperado. Es decir:

$$W = W^{el} + W^{pl}$$

Donde:

$$W = \int dW = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \;:\; trabajo\ \underline{total}\ aportado\ al\ material\ por\ unidad\ de\ volumen\ [J/mm^3]$$

$$W^{el} = \int dW^{el} = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{el} \;:\; parte\ de\ W\ que\ \underline{podría\ ser\ recuperada}\ en\ una\ descarga\ [J/mm^3]$$

$$W^{pl} = \int dW^{pl} = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \;:\; parte\ de\ W\ que\ \underline{ha\ sido\ disipada}\ en\ la\ producir\ def.plást.[J/mm^3]$$

En estas expresiones, las cantidades $d\varepsilon_{ij}$, $d\varepsilon_{ij}^{el}$ y $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ son, respectivamente, los *incrementos* de los tensores de deformaciones *totales*, de deformaciones *elásticas* y de deformaciones *plásticas*.

Nótese que aunque σ_{ij} y $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ pueden ser positivos o negativos, el producto doblemente contraído entre ellos es no-negativo, es decir: $dW^{pl} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \geq 0$. Debido a esto, la cantidad integrada $W^{pl} = \int dW^{pl}$ puede interpretarse como un trajo plástico "*acumulado*" (W^{pl} puede aumentar en el tiempo o mantenerse constante, pero no puede disminuir).

En **CUARTO** lugar, debemos tener presente las siguientes dos ideas (que son esencialmente equivalentes entre sí):

- **Idea 1:** es la hipótesis conocida como "*Strain Hardening*"; consiste en que:

> "Si un material tiene la capacidad de endurecer, entonces σ_Y aumenta cuando *la solicitación mecánica produce deformación plástica* (y, por consiguiente, también aumenta R)".

En otras palabras, σ_Y aumenta en aquellos incrementos de carga en los cuales el tensor $d\varepsilon_{ij}^{pl} \neq 0$.

En este caso, es necesario describir la relación entre el radio R del lugar de plastificación y la "cantidad" de deformación plástica que se ha creado durante toda la historia de la solicitación mecánica. Esta descripción se hace proponiendo una función H que relaciona la "cantidad" de deformación plástica que se ha creado con el límite elástico actual del material, σ_Y (que, como se ha dicho, define completamente el radio del lugar de plastificación).

Pero, ¿cómo se cuantifica la "cantidad" de deformación plástica que se ha creado? Se cuantifica a través de una variable auxiliar, *escalar* y *positiva*, que se denomina "deformación plástica equivalente", $\overline{\varepsilon}^p$. También se conoce como "deformación plástica acumulada". Las fórmulas para calcular $\overline{\varepsilon}^p$ están descritas en los apuntes. Aquí basta con decir que ella se obtiene a partir de los incrementos en el "tensor de deformaciones plásticas".

Entonces, la descripción del endurecimiento de un material quedará completa, una vez que se haya identificado la función H que relaciona σ_Y con $\overline{\varepsilon}^p$:

$$\sigma_Y = H(\overline{\varepsilon}^p) \quad \rightarrow \quad esto\ se\ conoce\ como\ \underline{Ley\ de\ Endurecimiento}\ del\ material$$

La función H puede ser un "polinomio", una expresión "potencial", una "línea recta" o cualquier otra expresión matemática que se ajuste a los datos experimentales.

Por el modo en que está definida la deformación plástica acumulada $\overline{\varepsilon}^p$ (ver apuntes), ocurre que la función H representa, justamente, la relación "tensión" vs "deformación plástica" que se observaría en un ensayo de tracción (o compresión) uni-axial.

- **Idea 2.** En forma equivalente, puede proponerse la hipótesis conocida como "*Work Hardening*":

"Si un material tiene la capacidad de endurecer, entonces σ_Y aumenta cuando la solicitación mecánica produce, en el seno del material, procesos de disipación de energía, tales como deslizamiento de dislocaciones o maclado"

En otras palabras, σ_Y aumenta en aquellos incrementos de carga en los cuales $dW^{pl} \neq 0$, donde $dW^{pl} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl}$

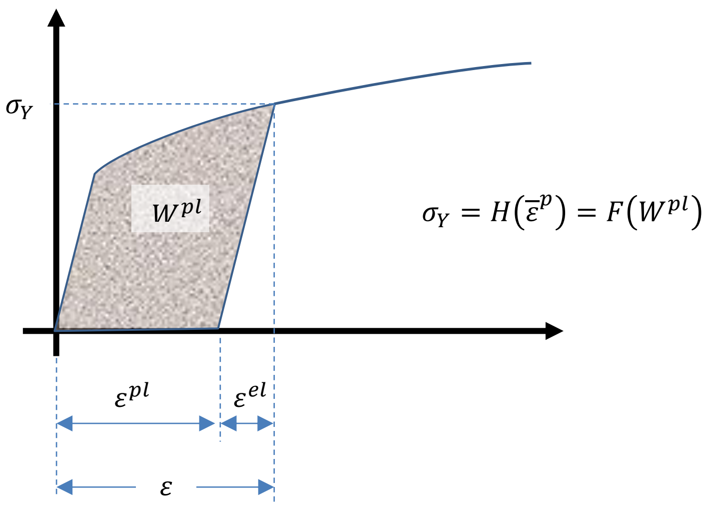
En este caso, es necesario describir la relación entre el radio R y la "cantidad" de trabajo plástico que se ha disipado durante toda la historia de la solicitación mecánica. Esta descripción se hace proponiendo una función F que relaciona la cantidad integrada (o "acumulada") de trabajo plástico que se ha disipado, W^{pl}, con el límite elástico actual del material, σ_Y (que, como se ha dicho, define completamente el tamaño del lugar de plastificación).

Entonces, la descripción del endurecimiento de un material quedará completa, una vez que se haya identificado la función F:

$$\sigma_Y = F\left(W^{pl}\right) \;\; \rightarrow \;\; esta\ una\ forma\ alternativa\ de\ la\ \underline{Ley\ de\ Endurecimiento}\ del\ material$$

Tal como ocurría antes con la función H, la función F puede ser un "polinomio", una expresión "potencial", una "línea recta" o cualquier otra expresión matemática que se ajuste a los datos experimentales.

Por el modo en que está definido el trabajo plástico acumulado W^{pl} (ver más arriba), ocurre que la función F representa una relación "tensión" vs "área plástica" que está bajo la curva tensión-deformación de un ensayo de tracción (o compresión) uni-axial.



En **QUINTO** y último lugar, ocurre que en materiales que experimentan *endurecimiento isótropo* y que además son *plásticamente incompresibles* (como la mayoría de metales para ingeniería), las funciones de endurecimiento F y H **no** son completamente independientes entre sí, sino que cada una de ellas puede deducirse de la otra. Esto se mostrará en las sesiones de problemas de la semana próxima (desde el lunes 16/10 al miércoles 18/10).

Además, se mostrará cómo calcular las *derivadas* de F y H, que serán útiles más adelante, al estudiar la Teoría Incremental de la Plasticidad.

Algunos ejemplos prácticos de funciones F y H son los "*modelos de endurecimiento*" de Lüdwick, de Hollomon y de Ramberg-Osgood, entre otros. Estos tres modelos se estudiarán mediante ejemplos en las sesiones de problemas.